**第Ⅰ卷**

1. **选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 设复数*z*满足*（1-i）z=2 i*，则z=（ ）

A．-1+i B.-1-i C.1+i D.1-i

2. 已知命题p：函数在R为增函数，q:函数在R为减函数，则下列命题中真命题是（ ）

A． B． C． D． 

3. 已知m，n表示两条不同直线，表示平面，下列说法正确的是（ ）

A．若则 B．若，，则

C．若，，则 D．若，，则

4. 已知各项均不相等的等比数列{an}中，a2=1，且a1，a3， a5成等差数列，则a4等于（　　）

A． B．49 C． D．7

5. 若双曲线x2+my2=2的虚轴长为2，则该双曲线的焦距为（　　）

A．2 B．2 C．2 D．4

6. 投篮测试中，每人投3次，至少投中2 次才能通过测试．已知某同学每次投篮投中的概率为0.6 ，且各次投篮是否投中相互独立，则该同学通过测试的概率为（ ）

A．0.648 B．0.432 C．0.36 D．0.312

7. 已知的展开式的系数为5，则=（ ）

A．-4 B．-3 C．-2 D．-1

8. 已知函数f（x）=2cos（ωx+π）（ω＞0）的最小正周期为2π，则函数f（x）图象的一条对称轴方程为（　　）

A．x= B．x= C．x=π D．x=π

9. 过三点 A(1,3) ， B(4,2) ，C(1, -7) 的圆交 y 轴于 M N, 两点，则|MN |=（ ）

A． B．8 C． D．10

10. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A．6π B．π C．18π D．π

11. 执行如图所示程序框图，若输出的结果为5，则输入的实数a的范围是（　　）

A．[6，24） B．[24，120） C．（﹣∞，6） D．（5，24）

12. 设函数是奇函数的导函数，f (-1)=0，当 x > 0 时，

，则使得 成立的 x 的取值范围是

A.  B. 

 C.  D. 

第**II**卷

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 若函数为偶函数，则a= \_\_\_\_\_\_\_\_．

14. 已知向量=（2，﹣3），=（﹣3，x）且存在实数λ使=λ，那么|2+|=　　．

15. 已知实数x，y满足约束条件，则z=x﹣3y的最大值为　　．

16. 设数列{an}的通项公式an=2n﹣1，数列{bn}满足a1b1+a2b2+a3b3+…+anbn=+（﹣）×2，则数列{bn}的通项公式bn=　　．

**三、解答题：本大题共5小题，共48分．解答写出文字说明、证明过程或演算过程．**

17．已知a，b，c分别是△ABC的内角A，B，C的对边，2sinsin（+C）+cosC=﹣．

（1）求C；

（2）若c=，且△ABC面积为3，求sinA+sinB的值．

18．如图，在正三棱柱ABC﹣A1B1C1中，点D是AB的上一点，且AD=tAB．

（1）当t=时，求证：BC1∥平面A1CD；

（2）若AB=AA1，且t=，求平面A1CD与平面BB1C1C所成锐二面角的余弦值．



19. 已知在一次全国数学竞赛中，某市3000名参赛学生的初赛成绩统计如图所示．

（1）求a的值，并估计该市学生在本次数学竞赛中，成绩在的[80，90）上的学生人数；

（2）若在本次考试中选取1500人入围决赛，则进入复赛学生的分数应当如何制定（结果用分数表示）；

（3 ） 若以该市考生的成绩情况估计全省考生的成绩情况，从全省考生中随机抽取4名考生，记成绩在80分以上（含80分）的考生人数为X，求X的分布列和期望．



20．已知椭圆：（a＞b＞0）的离心率为，圆x2+y2﹣2y=0的圆心与椭圆C的上顶点重合，点P的纵坐标为．

（1）求椭圆C的标准方程；

（2）若斜率为2的直线l与椭圆C交于A，B两点，探究：在椭圆C上是否存在一点Q，使得，若存在，求出点Q的坐标；若不存在，请说明理由．

21．已知函数f（x）=﹣ax．

（1）若a=，求曲线y=f（x）在（e，f（e））处的切线方程；

（2）若关于x的不等式f（x）≥ax+b≥lnx﹣ax在（0，+∞）上恒成立，求实数a，b的值．

**请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分，作答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑.**

22．已知曲线C的参数方程为（α为参数），直线l的参数方程为（t为参数），以原点为极点，x轴非负半轴为极轴建立坐标系．

（1）求曲线C和直线l的极坐标方程；

（2）求曲线C和直线l的交点的极坐标．

**参考答案**

1. 选择题：1 .A 2.A 3.B 4.C 5.C 6.A 7.D 8.B 9. C 10.D 11.A 12.B

二．填空题：13. 1 14.  15. 2 16. 4n．

**部分详细答案：**

4. 【解答】解：设各项均不相等的等比数列{an}的公比为q（q≠±1），

a2=1，可得a1q=1，①

a1，a3， a5成等差数列，可得2a3=a1+a5，

即为2a1q2=a1+a1q4，②

由①②解得q2=（1舍去），则a4=a2q2=．故选：C．

5. 【解答】解：根据题意，双曲线的方程为x2+my2=2，则其标准方程为=1，

若其虚轴长为2，则有2=2，解可得：m=﹣2，

则双曲线的标准方程为：﹣=1，其中c==，

则该双曲线的焦距为2c=2，故选：C．

6. 【解答】 根据独立重复试验公式得，该同学通过测试的概率为=0.648，故选A.

7. 【解答】已知(1＋ax)(1＋x)5的展开式中x2的系数为＋a·＝5，解得a＝－1

8. 【解答】解：函数f（x）=2cos（ωx+π）（ω＞0）的最小正周期为2π，

所以ω=1，函数f（x）=2cos（x+π）=2sinx，

它的对称轴为：x=kπ+，k∈Z，

当k=0时，可得，x=，显然B正确．故选：B．

10. 【解答】解：根据几何体的三视图知，该几何体是半圆锥体与圆柱体的组合体，

如图所示，

则该几何体的体积为V=V圆柱体+V半圆锥体=π•22•4+••π•22•2=．故选：D．

11. 【解答】解：模拟程序的运行，可得

n=1，x=1

不满足条件x＞a，执行循环体，x=1，n=2

不满足条件x＞a，执行循环体，x=2，n=3

不满足条件x＞a，执行循环体，x=6，n=4

不满足条件x＞a，执行循环体，x=24，n=5

此时，由题意应该满足条件x＞a，退出循环，输出n的值为5．

可得：6≤a＜24．选：A．

14. 【解答】解：∵向量=（2，﹣3），=（﹣3，x）且存在实数λ使=λ，

∴﹣3×（﹣3）﹣2x=0，解得x=．

2+=（1，﹣）．那么|2+|==． 故答案为：．

15. 【解答】解：由z=x﹣3y得y=x﹣z，

作出不等式组对应的平面区域如图（阴影部分）：

平移直线y=x﹣z，由图象可知当直线y=经过点C时，直线y=x﹣z的截距最小，此时z最大，

由，得，即C（﹣1，﹣1）．

代入目标函数z=x﹣3y，得z=﹣1﹣3×（﹣1）=2，

故答案为：2．

16. 【解答】 解：由数列{an}的通项公式an=2n﹣1，

数列{bn}满足a1b1+a2b2+a3b3+…+anbn=+（﹣）×2，

∴n≥2时，a1b1+a2b2+a3b3+…+an﹣1bn﹣1=+（﹣）×22n，

∴anbn=4n（2n﹣1），∴bn=4n．

n=1时，a1b1==4，解得b1=4，上式对于n=1时也成立．

∴bn=4n．故答案为：4n．

三．解答题：

17. 【考点】HT：三角形中的几何计算．

【分析】（1）利用和差的正弦公式，即可求C；

（2）若c=，且△ABC面积为3，求出a，b，三角形外接圆的直径，即可求sinA+sinB的值．

【解答】解：（1）∵2sinsin（+C）+cosC=﹣，

∴﹣sin（+C）+cosC=﹣， ∴﹣cosC﹣sinC+cosC=﹣，

∴sinC﹣cosC=， 即sin（C﹣）=，∴C=；

（2）∵c=，且△ABC面积为3，

∴13=a2+b2﹣ab， =3，∴a=3，b=4或a=4，b=3，

∵2R==，∴sinA+sinB=7×=．

18. 【考点】1：平面与平面垂直的判定；2：二面角的平面角及求法．

【分析】（1）易得CD⊥面ADG．只需PE∥CD，即可得PE⊥面ADG，平面APE⊥平面GCD；

（2）如图以AD的中点O为原点，DA为x轴，DC为y轴建立空间直角坐标系．设AD=2，则B（1，2，0），D（﹣1，0，0），C（﹣1，2，0），G（0，0，），E（﹣，1，），利用向量求解．

【解答】解：（1）证明：∵底面ABCD为正方形，∠GDC=90°，

∴，且AD∩DG=D，∴CD⊥面ADG．

∵点E是线段GC的中点．点P为线段GD的中点，∴PE∥CD，∴PE⊥面ADG，

又因为PE⊂面GCD，平面APE⊥平面GCD．

（2）如图以AD的中点O为原点，DA为x轴，DC为y轴建立空间直角坐标系．

设AD=2，则B（1，2，0），D（﹣1，0，0），C（﹣1，2，0），G（0，0，），

E（﹣，1，）

设面BDE的法向量为，，

由可取

由（1）得CD⊥AP，∵，△GAD为等边三角形，∴AP⊥GD，即可得AP⊥面GCD，

∴可取为面GCD的法向量，∵P（﹣，0，），A（1，0，0）

∴=（﹣，0，），

cos＜＞=，

∴平面BDE与平面GCD所成锐二面角的余弦值为．



19. 【考点】1：离散型随机变量的期望与方差；2：离散型随机变量及其分布列．

【分析】（1）由题意可得：（2a+2a+3a+6a+7a）×10=1，解得a．

（2）70+=．

（3）该市成绩在80分以上（含80分）的概率P==，可得X～B．即可得出X的分布列与数学期望．

解：（1）由题意可得：（2a+2a+3a+6a+7a）×10=1，解得a=0.005．

∴成绩在的[80，90）上的学生人数=6×0.005×10×3000=900．

（2）70+=．

初试成绩大于或等于的进入决赛．

（3）该市成绩在80分以上（含80分）的概率P==，∴X～B．

∴P（X=k）=，可得P（X=0）=，P（X=1）=，P（X=2）=，P（X=3）=，P（X=4）=．

∴X的分布列为：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  X |  0 |  1 |  2 |  3 |  4 |
|  P |  |  |  |  |  |

∴EX==1.6．

20. 【考点】KL：直线与椭圆的位置关系；K3：椭圆的标准方程．

【分析】（1）由题意可知a=c，求得圆心与半径，即可求得b=1，则a=，即可求得椭圆方程；

（2）设直线l的方程，代入椭圆方程，根据向量相等，表示出x0=﹣m﹣p，y0=m﹣，将直线方程代入椭圆方程，由△＞0，即可求得m的取值范围，将Q代入椭圆方程，由韦达定理，根据△2＞0，求得m的取值范围，由无交集，因此不存在Q，使得．

【解答】解：（1）由椭圆的离心率e==，则a=c，b2=a2﹣c2=c2，

由x2+y2﹣2y=0的标准方程x2+（y﹣1）2=1，则b=1，c=1，a=，

∴椭圆的标准方程：；

（2）假设存在Q，使得满足，

设A（x1，y1），B（x2，y2）．直线l：y=2x+m，

则Q（x0，y0），P（p，），则=（x1﹣p，y1﹣），=（x0﹣x2，y0﹣y2），

由，则，

，则，整理得：9x2+8mx+2m2﹣2=0，

则△=（8m）2﹣4×9×（2m2﹣2）=8（9﹣m2）＞0，解得：﹣3＜m＜3，①

则x1+x2=﹣m，y1+y2=2（x1+x2）+2m=m，

则x0=﹣m﹣p，y0=m﹣，

由Q（x0，y0）在椭圆上，则x02+2y02=2，

∴（﹣m﹣p）2+2（m﹣）2=2，整理得：9p2+16mp+8m2﹣m+32=0有解，

则△2=（16m）2﹣4×9（8m2﹣m+32），

=648﹣32（m﹣）2≥0，

解得：3≤m≤12，②

1. ②无交集，因此不存在Q，使得．

21. 【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程；6K：导数在最大值、最小值问题中的应用．

【分析】（1）求出f（x）的导数，由导数的几何意义，可得切线的斜率，求出切点，运用点斜式方程可得所求切线的方程；

（2）由ax+b≥lnx﹣ax在（0，+∞）上恒成立，即为b≥lnx﹣2ax的最大值，显然a＞0，设g（x）=lnx﹣2ax，求出导数和单调区间，可得最大值，进而得到b≥﹣ln（2a）﹣1①，再由f（x）≥ax+b恒成立，运用配方法，可得b≤﹣2ea2，②，由题意可得﹣ln（2a）﹣1=﹣2ea2，即为ln（2a）+1﹣2ea2=0，可令h（a）=ln（2a）+1﹣2ea2，求出导数和单调区间，可得最值为0，即可得到a的值，进而得到b的值．

【解答】解：（1）a=时，f（x）=﹣x，导数为f′（x）=﹣，

可得曲线y=f（x）在（e，f（e））处的切线斜率为k=f′（e）=1﹣=， 切点为（e，0），

则曲线y=f（x）在（e，f（e））处的切线方程为y﹣0=（x﹣e），

即有x﹣2y﹣e=0；

（2）ax+b≥lnx﹣ax在（0，+∞）上恒成立，

即为b≥lnx﹣2ax，设g（x）=lnx﹣2ax，

g′（x）=﹣2a，若a≤0，g′（x）＞0恒成立，g（x）在（0，+∞）递增，无最值；

故a＞0，则当x＞，g′（x）＜0，g（x）递减；当0＜x＜，g′（x）＞0，g（x）递增．

可得g（x）在x=处取得极大值，且为最大值﹣ln（2a）﹣1；

则b≥﹣ln（2a）﹣1①

由f（x）≥ax+b，即为b≤﹣2ax的最小值，

由﹣2ax=（x﹣2ea）2﹣2ea2，

当x=2ea时，取得最小值﹣2ea2，

则b≤﹣2ea2，②

由于关于x的不等式f（x）≥ax+b≥lnx﹣ax在（0，+∞）上恒成立，

由①②可得﹣ln（2a）﹣1=﹣2ea2，

即为ln（2a）+1﹣2ea2=0，

可令h（a）=ln（2a）+1﹣2ea2，h′（a）=﹣4ea，

可得h（a）在（，+∞）递减，在（0，）递增，

即有h（a）在a=处取得极大值，也为最大值0．

可得方程ln（2a）+1﹣2ea2=0的解为a=，

则b=﹣2e•=﹣．

22. 【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；QH：参数方程化成普通方程．

【分析】（1）先求出曲线C的普通方程，由此能求出曲线C的极坐标方程；把直线l的参数方程化为普通方程，由此能求出直线l的极坐标方程．

（2）联立，求出曲线C和直线l的交点的直角坐标，由此能求出曲线C和直线l的交点的极坐标．

【解答】解：（1）∵曲线C的参数方程为（α为参数），

∴曲线C的普通方程为（x﹣2）2+（y﹣1）2=9，

即x2+y2﹣4x﹣2y=4，

∴曲线C的极坐标方程为ρ2﹣4ρcosθ﹣2ρsinθ=4，

即ρ2﹣2ρ（2cosθ+sinθ）=4．

∵直线l的参数方程为（t为参数）， ∴直线l的普通方程为x+y=0，

∴直线l的极坐标方程为ρcosθ+ρsinθ=0，即ρ（cosθ+sinθ）=0．

（2）联立，得或，

∴曲线C和直线l的交点的直角坐标为（﹣1，1）或（2，﹣2），

∴曲线C和直线l的交点的极坐标为（，），（2，）．