**理科数学**

**一．选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求（本大题共12小题，每小题5分，共60分）**

1．设复数满足，则（ ）

A．1 B． C． D．2

2．我国古代数学名著《数书九章》有“米谷粒分”题：粮仓开仓收粮，有人送来米1534石，验得米内夹谷，抽样取米一把，数得254粒内夹谷28粒，则这批米内夹谷约为（ ）

A．134石 B．169石 C．338石 D．1365石

3．设 ，则“ ”是“ ”的（ ）

A．充分而不必要条件 B．必要而不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

4. 已知圆：，直线：，则（ ）

A．与相离 B．与相切

C．与相交 D．以上三个选项均有可能

5．一个正方体被一个平面截去一部分后，剩余部分的三视图如右图，则截去部分体积与剩余部分体积的比值为（ ）

A． B. C. D.

6．已知三棱锥的所有顶点都在球的球面上，是边长为的正三角形，为球的直径，且，则此三棱锥的体积为（ ）

A．  B．  C．  D． 

7．的三内角所对边长分别是，若，则角的大小为（ ）

A． B． C． D．

8．某企业生产甲乙两种产品均需用A，B两种原料，已知生产1吨每种产品需原料及每天原料的可用限额如表所示，如果生产1吨甲、乙产品可获利润分别为3万元、4万元，则该企业每天可获得最大利润为（ ）

A．12万元 B．16万元 C．17万元 D．18万元

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 甲 | 乙 | 原料限额 |
| A（吨） | 3 | 2 | 12 |
| B（吨） | 1 | 2 | 8 |

9．设命题P：且，则是（ ）

A. 且 B. 或

C. 且 D. 或

10．在一块并排10垄的田地中，选择3垄分别种植A,B,C三种作物，每种作物种植一垄。为有利于作物生长，要求任意两种作物的间隔不小于2垄，则不同的种植方法共有（ ）

A．180种 B．120种 C．108种 D．90种

11．已知为平面内两定点,过该平面内动点作直线的垂线,垂足为.若,其中为常数,则动点的轨迹不可能是

A．圆 B．椭圆 C．抛物线 D．双曲线

12．设函数是奇函数的导函数，，当时，，则使得成立的的取值范围是（ ）

A． B．

C． D．

**二、填空题**

13．设，则二项式展开式中的第项的系数为 ;

14．若目标函数在约束条件下当且仅当在点处取得最小值，则实数的取值范围是 ;

15．若是一个集合，是一个以的某些子集为元素的集合，且满足：①属于，空集属于；②中任意多个元素的并集属于；③中任意多个元素的交集属于.

则称是集合上的一个拓扑．已知集合，对于下面给出的四个集合:

① ; ② ;

③ ; ④ .

其中是集合上的一个拓扑的集合的所有序号是 .

16.若关于x的不等式恒成立，则实数a的取值范围是 .

**三．解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤（本大题共6小题，共70分）．**

17. （本小题满分10分） 设的内角所对的边分别为，已知，.

（Ⅰ）求角； （Ⅱ）若，求的面积.

18．（本小题满分12分）某大学准备在开学时举行一次大学一年级学生座谈会，拟邀请名来自本校机械工程学院、海洋学院、医学院、经济学院的学生参加，各学院邀请的学生数如下表所示：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 学院 | 机械工程学院 | 海洋学院 | 医学院 | 经济学院 |
| 人数 |  |  |  |  |

（Ⅰ）从这名学生中随机选出名学生发言，求这名学生中任意两个均不属于同一学院的概率；

（Ⅱ）从这名学生中随机选出名学生发言，设来自医学院的学生数为，求随机变量的概率分布列和数学期望.

19．（本小题满分12分）如图，在四棱柱中，侧棱底面 ，底面是直角梯形，，， ，，为中点.



















（Ⅰ）证明：平面；

（Ⅱ）若，求平面和平面所成角（锐角）的余弦值.

20．（本小题满分12分）已知数列是等差数列，为的前项和，且，；数列对任意，总有成立.

（Ⅰ）求数列和的通项公式；（Ⅱ）记，求数列的前项和.

21．（本小题满分12分）已知椭圆与直线相交于、两不同点，且直线与圆相切于点(为坐标原点).

（Ⅰ）证明：；

（Ⅱ）设，求实数的取值范围.

22．（本小题满分12分）

已知函数，，.

（Ⅰ）若函数的图象在原点处的切线与函数的图象相切，求实数的值；

（Ⅱ）若在上单调递减，求实数的取值范围；

（Ⅲ）若对于，总存在，且满，其中为自然对数的底数，求实数的取值范围.

1. A 2．B 3．A 4．C　 5. D 6. A

7．B 8．D 9．D 10．B 11. C 12. A

13.  14． 15．②④ 16

**17.** 解：（Ⅰ）   ………2分

  ………………………………5分

， ………………………………………………………6分

（Ⅱ）由，，，得 ……………………………7分

由得，从而， …………………………………………9分

故 …………………10分

所以的面积为. ……………………………12分

**18．**解：（Ⅰ）从名学生随机选出名的方法数为，选出人中任意两个均不属于同一学院的方法数为 ……………………4分

所以 …………………6分

（Ⅱ）可能的取值为



…………10分

所以的分布列为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

……………………………………12分

**19．（本小题满分12分）**

证明：（Ⅰ）连结交于，因为为四棱柱，























所以四边形为平行四边形，所以为的中点，

又为中点，所以为的中位线，

从而又因为平面，平面，

所以平面． …………………………5分

（Ⅱ）因为底面，面，面，

所以又，所以两两垂直. ……………6分

如图，以为坐标原点，所在直线分别为轴，轴，轴建立空间直角坐标系. 设，则，，，，，.

从而，.

因为，所以，解得. ……………………8分

所以，.

设是平面的一个法向量，则即

令，则. 又，.

设是平面的一个法向量，则即

令，则. 

平面和平面所成角（锐角）的余弦值. ……………………………12分

**20．**解：（Ⅰ）设的公差为，则

解得，所以 所以 …… ①

当 ……②

①②两式相除得因为当适合上式，所以

（Ⅱ）由已知，得

则

当为偶数时，





当为奇数时，





综上：… ………………………………………………………12分

**21．**解：（Ⅰ）因为直线与圆相切

所以圆的圆心到直线的距离，从而…2分

由 可得：

设，则， …………………4分

所以



所以 ………………………………………………………………………………6分

（Ⅱ）直线与圆相切于，

 ………………………………8分

由（Ⅰ）知， ，即

从而，即

 因为，所以 ……………13分

**22．**解：（Ⅰ）原函数定义域为，，则，，

由 与函数的图象相切，………………………………………………………4分

（Ⅱ）由题,

令, 因为对恒成立，

 所以，即在上为增函数 

在上单调递减对恒成立，即

 …………………………………………………………………………………8分

（Ⅲ）当时，

在区间上为增函数， 时， 的对称轴为：，为满足题意，必须……11分

此时，的值恒小于和中最大的一个

对于，总存在，且满足，

 ………13分……………14分